

PROPRIETÀ GENERALI DELLE CURVE ALGEBRICHE.

Applicando le cose esposte alle linee di 2° ordine, si ha primieramente il teorema seguente :

La media aritmetica dei prodotti reciproci dei segmenti che una linea di 2° ordine intercetta sopra p rette divergenti da un punto fisso e formanti fra loro angoli uguali a

$\frac{\pi}{2}$, e indipendente dalla direzione del fascio e dal numero p, purché quest'ultimo non sia

minore di 2. (È un caso particolarissimo di questo teorema la nota invariabilità della somma dei quadrati inversi di due diametri perpendicolari). Per calcolare il valore di k poniamo

$$U = a_0 x^2 + 2a_1 xy + a_2 y^2 + 2b_0 x + 2b_1 y + c_0,$$

ed avremo dalla (9), per $n = 2$,

quindi dalla (7)

$$p \frac{U}{a_0 \cdot a_2} = \frac{2}{a_0 \cdot a_2} (x, y)$$

Da questa formola si scorge che il luogo dei punti in cui P ha un valore costante ed individuato, è una seconda conica, concentrica ed omotetica alla prima.

Quando $a_0 \cdot a_2 = 0$, cioè quando la conica è un'iperbole equilatera, la potenza P è infinita in ogni punto del piano (purché non appartenente alla curva), laonde per questa particolar specie di coniche ha luogo la proprietà che *la somma dei prodotti reciproci dei segmenti determinati su p rette divergenti da un punto fisso sotto angoli*

uguali a $\frac{\pi}{2}$ è sempre nulla., purché

$p \geq 1$. Per una seconda

conica

$U' = a'_0 x^2 + 2a'_1 xy + a'_2 y^2 + 2b'_0 x + 2b'_1 y + c'_0$, si ha parimenti

$$P = 2U'(x, y)$$

e la curva luogo dei punti d'egual potenza rispetto alle due coniche

altra conica passante per i punti comuni alle due prime. Sviluppando quest'equazione